

ГОТУЄМОСЬ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Ірраціональні та показникові рівняння і нерівності, їх системи. Тренувальна тестова робота № 4

В. В. Карпик, с. Грудки, Камінь-Каширський р-н, Волинська обл.

Пропоную тренувальні тестові роботи для підготовки учнів до ЗНО.

Тестові роботи містять 2 варіанти і складаються із завдань трьох різних форм:

- завдання з вибором однієї правильної відповіді;
- завдання на встановлення відповідності (логічні пари);
- завдання відкритої форми з короткою відповіддю.

Деякі роботи не містять завдань на встановлення відповідності.

Схему оцінювання пропонує наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1–25	по 1 балу	25 балів
26–28	по 4 бали	12 балів
29–36	по 2 бали	16 балів
Усього балів	53 бали	

Для робіт, що не містять завдань на встановлення відповідності, схему оцінювання наведено в таблиці 2.

Таблиця 2

Номери завдань	Кількість балів	Усього
1–25	по 1 балу	25 балів
26–33	по 2 бали	16 балів
Усього балів	41 бал	

Відповідність кількості набраних балів учнем оцінці за 12-бальною системою оцінювання вчитель може скласти на свій розсуд.

Перед виконанням тренувальної тестової роботи № 4 рекомендую розв'язати типові завдання № 24–30, 32–34, 48–59, 61, 62, 75, 78–81 (див. журнал «Математика в школах України» № 5, 2009, с. 20–23); № 16–25, 46–59, 79, 80 (див. журнал «Математика в школах України» № 6, 2009, с. 16–20).

Варіант 1

Завдання 1–25 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{2x+3} = x$.

А	Б	В	Г	Д
–3; 1	1	2	–1; 3	3

2. Розв'яжіть рівняння $\frac{\sqrt{x-6} \cdot \sqrt{11-x}}{\sqrt{x-9}} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
6; 11	11	6	6; 9; 11	Розв'язків немає

3. Знайдіть ДОБУТОК коренів рівняння

$$\sqrt{x^2 + 2x + 10} = 5.$$

А	Б	В	Г	Д
–2	2	15	–15	0

4. Знайдіть область допустимих значень рівняння

$$\sqrt{x-1} - \sqrt{4-2x} = 0.$$

А	Б	В	Г	Д
(1; 2)	$[2; +\infty)$	$[1; 2]$	$[-2; 1]$	$[1; +\infty)$

5. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^2 - 81} \cdot \sqrt{7-x} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
–9	–9; 7	–9; 7; 9	7; 9	–9; 9

6. Визначте СУМУ коренів рівняння

$$\sqrt{3+x} \cdot \sqrt{1-x} = 3+x.$$

А	Б	В	Г	Д
–2	4	–4	2	–5

ГОТУЄМОСЬ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ

7. Знайдіть $x+y$, якщо $(x;y)$ — розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} 3\sqrt{x} + \sqrt{y} = 6, \\ 8\sqrt{x} + \sqrt{y} = 11. \end{cases}$$

А	Б	В	Г	Д
10	7	4	2,5	8

8. Знайдіть $x+y$, якщо $(x;y)$ — розв'язок системи рівнянь $\begin{cases} 2\sqrt[3]{x} - 4\sqrt{y} = 1, \\ \sqrt[3]{x} + 2\sqrt{y} = 8. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
18	89	35	24	$1\frac{5}{12}$

9. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{2}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1]$	$[-1; 1]$	$(-\infty; 3]$	$(-1; 1]$	$[-1; 3]$

10. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{3x-9} > -3$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(6; +\infty)$	$[3; 6)$	$(3; +\infty)$	$[3; +\infty)$

11. Розв'яжіть рівняння $(0,2)^{x-2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

А	Б	В	Г	Д
4	-1,5	1,5	2,5	3,5

12. Розв'яжіть рівняння $(0,36)^{x+4} = 1\frac{2}{3}$.

А	Б	В	Г	Д
-3,5	-2,5	-4,5	3,5	-5

13. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\sqrt{3^x} = 27\sqrt[3]{3}$.

А	Б	В	Г	Д
0	6,4	$(4; 6]$	$[-7; 0)$	$(6; 7]$

14. Знайдіть ДОБУТОК коренів рівняння

$$4^{x^2-7x+9} = 0,25.$$

А	Б	В	Г	Д
10	-7	7	12	-10

15. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{7}\right)^{x-1} \leq \frac{1}{49}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 8]$	$[8; +\infty)$	$(-\infty; 3]$	$[3; +\infty)$	$(0; 3]$

16. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{5}{6}\right)^x > 1\frac{11}{25}$.

А	Б	В	Г	Д
$(2; +\infty)$	$(-\infty; 2)$	$\left(\frac{5}{6}; +\infty\right)$	$(-\infty; -2)$	$(-2; +\infty)$

17. Розв'яжіть нерівність $(0,5)^{3x-x^2} < 16$.

А	Б	В
$(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$	$(-1; 4)$	$(-1; 3)$
Г	Д	
$(-\infty; -4) \cup (1; +\infty)$	$(-4; 1)$	

18. Розв'яжіть нерівність $16 \cdot (0,25)^x \geq 4^{x^2}$.

А	Б	В
$[-2; 1]$	$(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$	$[-2; -1]$
Г	Д	
$(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$	$[-1; 2]$	

19. Обчисліть: $x \cdot y$, якщо $(x;y)$ — розв'язок системи рівнянь $\begin{cases} 2^{x+y} = \frac{1}{8}, \\ 7^x \cdot 49^y = 1. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
0	18	-18	-28	-2

20. Серед наведених укажіть УСІ рівняння, які не мають коренів на множині дійсних чисел.

I. $6^{-2x} = -6$.

II. $\sqrt{3x-1} = 4$.

III. $(0,2)^{2x-1} = 5$.

IV. $\sqrt{x^2-1} + 2 = 0$.

А	Б	В	Г	Д
II, III	I, IV	I, III, IV	I	III, IV

21. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\sqrt{x^2+x-20} + \sqrt{x^2-x-30} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$[-3; 0)$	$[0; 2)$	$[-6; -3)$	$[2; 5]$	$(-10; -6)$

ГОТУЄМОСЬ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ

22. Розв'яжіть рівняння $\frac{(\sqrt[3]{x}-3)(\sqrt[3]{x}+2)}{\sqrt{1-x}}=0$.

А	Б	В	Г	Д
-6; 9	-8; 27	-8	-6	8; 27

23. Знайдіть ДОБУТОК коренів рівняння

$$\left(\cos \frac{\pi}{24}\right)^{x^2-4x-31} = \sin \frac{\pi}{24} \cdot \operatorname{ctg} \frac{\pi}{24}.$$

А	Б	В	Г	Д
32	-32	4	-30	30

24. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{8}{9}\right)^{x^2-1} > 1$.

А	Б	В
$(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$	$(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$	$(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
Г	Д	
$(-1; 1)$	$(1; +\infty)$	

25. Розв'яжіть нерівність $2^x < \sin \frac{\pi}{4}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -\frac{1}{2})$	$(-\frac{1}{2}; +\infty)$	$(-\infty; \frac{1}{2})$	$(-\infty; 1\frac{1}{2})$	$(-\infty; 0)$

Розв'яжіть завдання 26–33. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

26. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3x+7} + \sqrt{x-2} = 5$.

Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має два корені, запишіть у відповіді їх суму.

27. Розв'яжіть рівняння $2\sqrt{41-8x} - 3\sqrt[4]{41-8x} - 9 = 0$.

28. Визначте $x+y$, якщо $(x; y)$ — розв'язок системи

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3x-2y}{2x}} + \sqrt{\frac{2x}{3x-2y}} = 2, \\ 4y - x = 1. \end{cases}$$

29. Укажіть КІЛЬКІСТЬ цілих розв'язків нерівності $(x+8)\sqrt{24-10x-x^2} < 0$.

Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповіді запишіть число 100.

30. Розв'яжіть рівняння $\frac{3^x-17}{6} = \frac{5}{3^{x-2}}$.

31. Визначте НАЙМЕНШИЙ цілий розв'язок нерівності $5^{2x-1} + 5^{x+1} - 30 > 0$.

32. Визначте СУМУ цілих розв'язків нерівності $27 \cdot 2^x - 6^x + 3^x > 27$.

33. Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 7^{x-2y} = \frac{1}{7}, \\ 7^x + 7^{2y} = 8\sqrt{7}. \end{cases}$$

Для одержаного розв'язку $(x_0; y_0)$ системи обчисліть ДОБУТОК $x_0 \cdot y_0$.

Варіант 2

Завдання 1–25 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ. Виберіть правильну, на вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{3x+4} = x$.

А	Б	В	Г	Д
2	1	-1; 4	4	-4; 1

2. Розв'яжіть рівняння $(x+8) \cdot \sqrt{x+6} \cdot \sqrt{x+9} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-8; -6	-6	-9; -8; -6	-9; -8	-9

3. Знайдіть ДОБУТОК коренів рівняння

$$\sqrt{x^2-3x+6} = 4.$$

А	Б	В	Г	Д
-10	10	2	-2	-3

4. Знайдіть область допустимих значень рівняння

$$\sqrt{3-x} - \sqrt{4x-7} = 0.$$

А	Б	В	Г	Д
$\left[1\frac{3}{4}; +\infty\right)$	$\left[1\frac{3}{4}; 3\right]$	$[3; +\infty)$	$\left[1\frac{3}{4}; +\infty\right)$	$\left[-3; 1\frac{3}{4}\right]$

5. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x^2-36} \cdot \sqrt{x+3} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
-6; 6	-6; -3; 6	-3; 6	-6; -3	6

6. Укажіть КІЛЬКІСТЬ коренів рівняння

$$\sqrt{8-x} \cdot \sqrt{x-10} = 8-x.$$

А	Б	В	Г	Д
3	2	1	Безліч	Жодного

ГОТУЄМОСЬ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ

7. Знайдіть $x+y$, якщо $(x;y)$ — розв'язок системи рівнянь $\begin{cases} 4\sqrt{x} - 5\sqrt{y} = 2, \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 7. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
10	2,5	13	5	8

8. Знайдіть $x+y$, якщо $(x;y)$ — розв'язок системи рівнянь $\begin{cases} \sqrt[4]{x} + 3\sqrt[3]{y} = 10, \\ 6\sqrt[4]{x} - \sqrt[3]{y} = 3. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
13	10	31	28	-26

9. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{x-3} \leq 4$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; 1]$	$(-\infty; 19]$	$[3; 19]$	$(-\infty; 13]$	$(-\infty; 11]$

10. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{20-2x} > -2$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; 10]$	$[10; +\infty)$	$(-\infty; 8)$	$(10; +\infty)$

11. Розв'яжіть рівняння $(0,1)^{x+3} = 10\sqrt{10}$.

А	Б	В	Г	Д
1,5	-4,5	4,5	-3,5	2,5

12. Розв'яжіть рівняння $(1,75)^{x-6} = \frac{4}{7}$.

А	Б	В	Г	Д
5	-7	-5	6,5	7

13. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $(\sqrt{5})^x = \frac{\sqrt[4]{5}}{25}$.

А	Б	В	Г	Д
$[-3; -2)$	$(2; 4]$	$[-4; -3)$	$[-5; -4)$	$[-2; 2]$

14. Знайдіть СУМУ коренів рівняння

$$32^{3x} = (0,125)^{x^2+4}.$$

А	Б	В	Г	Д
5	4	15	-3	-5

15. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{1}{9}\right)^x \geq \frac{1}{27}$.

А	Б	В	Г	Д
$[3; +\infty)$	$(-\infty; 3]$	$[1; +\infty)$	$(-\infty; 1,5]$	$[1,5; +\infty)$

16. Розв'яжіть нерівність $\left(\frac{2}{3}\right)^x < 5\frac{1}{16}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; -4)$	$(-4; +\infty)$	$\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$	$\left(-\infty; \frac{8}{9}\right)$	$\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$

17. Розв'яжіть нерівність $2^{2x-x^2} > \frac{1}{8}$.

А	Б	В
$(-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$	$(-3; 1)$	$(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
Г	Д	
$(-1; 3)$	$(-\infty; +\infty)$	

18. Розв'яжіть нерівність $25^{x+3} \leq 0,04 \cdot 5^{x^2}$.

А	Б	В
$(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$	$[-2; 4]$	$[-2; 5]$
Г	Д	
$(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$	$[-4; 2]$	

19. Обчисліть: $x+y$, якщо $(x;y)$ — розв'язок системи рівнянь $\begin{cases} 9^x \cdot 3^y = \frac{1}{27}, \\ 7^{x-y} = 1. \end{cases}$

А	Б	В	Г	Д
-2	2	$-2\frac{2}{3}$	$-4\frac{1}{3}$	0

20. Серед наведених укажіть УСІ нерівності, які не мають розв'язків.

I. $\sqrt[3]{x} = -1$.

II. $\sqrt{x+1} < 0$.

III. $(0,3)^x - 1 \leq 0$.

IV. $8^{x+1} + 2 < 0$.

А	Б	В	Г	Д
I, III	I, II, IV	II, IV	II	I, II

ГОТУЄМОСЬ ДО ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ

21. Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння $\sqrt{x^2 + 2x - 35} + \sqrt{x^2 - x - 56} = 0$.

А	Б	В	Г	Д
$(-4; 4)$	$[4; 8)$	$[8; 18)$	$[-18; -9]$	$(-9; -4]$

22. Розв'яжіть рівняння

$$\frac{(\sqrt[3]{x} + 1)(x - 2)(x + 3)}{\sqrt[4]{x} - 2} = 0.$$

А	Б	В	Г	Д
$1; 2; 3$	$-3; 2$	$-3; -1; 2$	2	1

23. Знайдіть СУМУ коренів рівняння

$$\left(\sin \frac{\pi}{3}\right)^{3x-x^2} = \left(\cos \frac{\pi}{6}\right)^{x-80}.$$

А	Б	В	Г	Д
-2	2	-80	4	-4

24. Розв'яжіть нерівність

$$\left(\frac{5}{6}\right)^{x^2+2x} < 1.$$

А	Б	В
$(-2; 0)$	$(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$	$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$
Г	Д	
$(0; 2)$	$(-2; +\infty)$	

25. Розв'яжіть нерівність

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x > \frac{3^{0,5}}{9}.$$

А	Б	В	Г	Д
$(2,5; +\infty)$	$(1,5; +\infty)$	$(-\infty; 1,5)$	$(-1,5; +\infty)$	$(-\infty; -2,5)$

Розв'яжіть завдання 26–33. Одержані відповіді запишіть у зошиті та бланку відповідей.

26. Розв'яжіть рівняння $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} = \sqrt{7x+4}$.

Якщо рівняння має один корінь, запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має два корені, запишіть у відповіді їх суму.

27. Визначте ЦІЛИЙ корінь рівняння

$$\sqrt[5]{\frac{81x}{x-2}} + \sqrt[5]{\frac{x-2}{81x}} = \frac{10}{3}.$$

28. Визначте $x \cdot y$, якщо $(x; y)$ — розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-y} + \sqrt[4]{x+4y} = 4, \\ \sqrt[8]{(x-y)^4 (x+4y)^2} = 2. \end{cases}$$

29. Укажіть КІЛЬКІСТЬ цілих розв'язків нерівності

$$\frac{x+3}{\sqrt{18-7x-x^2}} \leq 0.$$

Якщо нерівність має безліч цілих розв'язків, то у відповіді запишіть число 100.

30. Розв'яжіть рівняння $2^{1+\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} = 7,5$.

31. Визначте НАЙМЕНШИЙ цілий розв'язок нерівності $9^{x-1} - 3^x - 54 > 0$.

32. Визначте СУМУ цілих розв'язків нерівності

$$(0,2)^{x^2-x+1} + (0,2)^{x^2-x} \geq 0,048.$$

33. Знайдіть $x + y$, якщо $(x; y)$ — розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} 7^x - 5^{\frac{y}{2}} = 1776, \\ 7^{\frac{x}{2}} - 5^{\frac{y}{4}} = 24. \end{cases}$$

Відповіді до тестових завдань

Варіант 1

№ завдання	Відповідь	№ завдання	Відповідь
1	Д	18	А
2	Б	19	В
3	Г	20	Б
4	В	21	В
5	А	22	В
6	В	23	Б
7	А	24	Г
8	Б	25	А
9	Б	26	3
10	Д	27	-5
11	Г	28	1,5
12	В	29	3
13	Д	30	3
14	А	31	2
15	Г	32	3
16	Г	33	0,375
17	Б		

Варіант 2

№ завдання	Відповідь	№ завдання	Відповідь
1	Г	18	А
2	Б	19	А
3	А	20	В
4	Б	21	Д
5	Д	22	Г
6	Д	23	Б
7	В	24	Б
8	Г	25	В
9	В	26	3
10	Б	27	3
11	Б	28	12
12	А	29	6
13	В	30	4
14	Д	31	4
15	Г	32	2
16	Б	33	12
17	Г		